Úloha č. 1

Máte džbán s vodou o objemu více než 1 l a dvě sklenice o objemu 0,5 l a 0,2 l. Vaším úkolem je vodu ze džbánu rozlít do sklenic tak, aby v každé z nich bylo přesně 0,2 l vody.

Úloha č. 2

Odměřte 15 minut pomocí dvou přesýpacích hodin, z nichž jedny odměřujíc 7 minut a druhé 11 minut. Lze to provést tak, že hodiny obrátíte celkem čtyřikrát, ale je možné to udělat i tak, že je obrátíte celkem třikrát.

Úloha č. 3

Máte dva knoty a krabičku zápalek. Víte jen to, že každý z knotů po zapálení na jednom konci dohoří přesně za hodinu. Jak odměříte 45 minut?

Úloha č. 4

Učitel matematiky má ve třídě tři velmi bystré žáky. Posadí je proti sobě a ukáže jim tři černé a dvě bílé čepičky. Pak jim řekne, aby zavřeli oči, nasadí každému jednu čepičku na hlavu a zbývající dvě schová. Řekne jim, aby otevřeli oči a řekli, jakou barvu má čepička na vlastní hlavě. Po chvíli uvažování první zvedne ruku a oznámí barvu své čepičky. Jakou barvu měla jeho čepička a jak na to přišel?

Úloha č. 5

Poutník přijde na rozcestí, které vede ke dvěma městům, o kterých je známo, že v jednom žijí lidé, kteří vždy říkají pravdu, a ve druhém lidé, kteří vždy lžou. Na rozcestí potká člověka z jednoho z těch dvou měst. Jakou otázku mu položí, aby se bezpečně dozvěděl, do kterého města která cesta vede?

Úloha č. 6

Mám šálek černé kávy. Upiju z něj 1/6 a doleju mlékem. Upiju 1/3 a doleju mlékem. Upiju ½, doleju mlékem a vypiju celý šálek. Kolik kávy a kolik mléka jsem vypil?

Úloha č. 7

Mám dvě stejné sklenice, jedna je zčásti naplněna čajem, druhá obsahuje stejné množství mléka. Ze sklenice s mlékem odliju trochu do sklenice s čajem a zamíchám. Pak odleju ze směsi čaje s mlékem do sklenice s mlékem tolik, aby v obou sklenicích bylo stejné množství tekutiny. V první sklenici je tedy čaj zředěn mlékem, ve druhé sklenici je mléko zředěno čajem. Je v první sklenici více mléka než čaje ve druhé sklenici nebo naopak je ve druhé sklenici více čaje než mléka v první?

Úloha č. 8

a) Kolem sklenice o průměru 10 cm obtočíme provaz a vyznačíme na něm délku obvodu sklenice. Vezmeme provaz o 1 m delší a vytvoříme z něj kruh kolem sklenice tak, aby byl od ní všude ve stejné vzdálenosti. Jak daleko od sklenice provaz bude?

b) Představme si, že bychom totéž dokázali udělat se Zeměkoulí na rovníku. O kolik by se prodloužený provaz zvedl na zem? Podlezla by ho kočka?

Řešení úlohy č. 1: Nalijete 0,5 l vody do větší sklenice: z ní dvakrát po sobě odlijete 0,2 l do menší sklenice vylijete zpět do džbánu. Zbylých 0,1 l z větší sklenice nalijete do menší sklenice a větší sklenici naplníte vodou ze džbánu. Z něj doplníte menší sklenici, takže v té větší zbude 0,4 l. Prázdnou sklenici vyprázdníte a z větší sklenice do ní odlijete 0,2 l vody.

Řešení úlohy č. 2: Začnete měření oběma hodinami zároveň. Po 7 minutách sedmiminutové hodiny převrátíte. Po dalších 4 minutách (dosypaly se jedenáctiminutové hodiny) převrátíte sedmiminutové hodiny a necháte dosypat.

Řešení úlohy č. 3: Zapálíte jeden knot na obou koncích a zároveň druhý knot na jednom konci. V okamžiku, kdy první knot dohoří, zapálíte druhý knot na druhém konci.

Řešení úlohy č. 4: Kdyby dva žáci měli bílé čepičky, pak ten třetí okamžitě bez přemýšlení ví, že má na hlavě černou. Bílou čepičku tedy může mít nejvýše jeden. Uvažují takto: Kdybych měl na hlavě bílou čepičku, pak ti druzí dva ihned vědí, že musejí mít černou. Protože se zamysleli, znamená to, že bílou čepičku nevidí. Mám tedy černou. A protože ta úvaha platí pro všechny tři, mají všichni tři na hlavě černou čepičku.

Řešení úlohy č. 5: Ukáže na jednu z cest a zeptá se člověka, zda cesta vede do jeho města. Vede-li do města pravdomluvných, pak pravdomluvný i lhář odpoví „ano“. Vede-li do města lhářů, pak každý z nich odpoví „ne“.

Řešení úlohy č. 6: Dolil jsem postupně 1/6, 1/3 a 1/2 šálku mléka, tj. celkem 1 šálek mléka. Vypil jsem tedy celkem 1 celý šálek kávy a 1 celý šálek mléka.

Řešení úlohy č. 7: Množství mléka v první sklenici je stejné jako množství čaje ve druhé sklenici. Lze to složitě spočítat sestavením rovnic, ale je to vidět na první pohled: Protože po výměně je množství tekutin v obou sklenicích stejné, znamená to, že mléko obsažené v první sklenici ubylo z druhé sklenice a tedy bylo doplněno přesně stejným množstvím čaje z první sklenice.

Řešení úlohy č. 8: V obou případech to bude 16 cm. Obvod kruhu o poloměru $r$ je dán vzorcem $d=2πr$, tedy platí $r=\frac{d}{2π}$. Prodloužení obvodu o 1 m tedy odpovídá zvětšení poloměru o $\frac{1 m}{2π}$, tj. přibližně o 16 cm, a nezávisí to na velikosti původní poloměru. Odpověď v b) je tedy kladná.